

別冊「しょうとつ」

考える衝突論

(シリーズ 衝突論ノート より)

島村 勲 著

原子衝突学会 編

考える衝突論

島村 勲

理化学研究所原子物理

shimamura@ribf.riken.jp

2017年3月9日

0 衝突論再入門		
– じっくり思考の勧め	4	
0.1 波動関数は必ず滑らかか?	4	
0.2 低エネルギー極限でも非等方散乱	5	
0.3 弱い散乱の大きな効果	9	
0.4 平面波は何粒子系か?	10	
0.5 漸近的散乱波は自由運動解か?	10	
0.6 入射波自体もゆがめるクーロン場	10	
0.7 共線衝突は机上の空論	11	
0.8 水素原子は何eVで電離できるか?	12	
0.9 最大散乱角, 虹, 等方散乱角分布	12	
0.10 観測量ではない前方散乱断面積	15	
0.11 縮退状態を識別しない断面積	16	
文献・注	17	
1 連続状態波動関数は直交しない		
– 関数ではないデルタ関数	18	
1.1 固有関数の直交性に疑問あり	18	
1.2 ゼロでない平面波同士の内積	18	
1.3 箱による人為的直交化は許せるか?	18	
1.4 デルタ関数による直交化の誤解	19	
1.5 フーリエ変換とデルタ関数	20	
1.6 直交性の証明: 何が悪い?	20	
付録 1A 3次元平面波への拡張	20	
文献・注	21	
2 ハミルトニアンはエルミートか?		
– 世に散乱現象はあり得ない!	21	
2.1 物理量演算子は必ずエルミートか?	21	
2.2 エルミート性: 実数観測値からの帰結	21	
2.3 散乱現象非存在定理	22	
2.4 エルミート性の破れ	22	
2.5 固有関数展開はいつできるのか?	23	
2.6 固有関数の直交性: 前章の宿題	24	
2.7 いつエルミートなのか?	24	
付録 2A 証明: 物理量演算子はエルミート	24	
付録 2B 積分の差と表面項	25	
文献	25	
3 非弾性散乱だけ起こることはない		
– 流れの保存と非保存	25	
3.1 散乱は入射波を削らないのか?	25	
3.2 非弾性散乱は必ず弾性散乱を伴う	26	
3.3 流れの保存則	26	
3.4 散乱波はどこから湧き出たか?	28	
3.5 光学定理の物理的含蓄と拡張	29	
3.6 複素ポテンシャルと流れの非保存	30	
付録 3A 確率の変化速度	30	
文献・注	30	
4 まやかしのゼロ度弾性散乱断面積		
– クーロン散乱も発散しない	31	
4.1 小角散乱の立ち上がり	31	
4.2 物理的意味を失う前方散乱断面積	31	
4.3 小角散乱で破綻する古典論	33	
4.4 消えても消えない剛体球断面積	33	
4.5 まとめ: 前方はやばい	35	
付録 4A 積分断面積の量子効果因子	36	
付録 4B 低エネルギー剛体球散乱	36	
付録 4C 剛体球散乱: 乱雑位相論の誤り	36	
文献・注	36	
5 禅問答: 影散乱はこうして起こる		
– 完全吸収体は不完全吸収体	37	
5.1 入射波と散乱波の干渉が生む散乱波	37	
5.2 影散乱: 完全吸収体による弾性散乱	37	

5.3 干渉を考えない影散乱表式	38	8.1 クーロン散乱にボルン近似は暴論	56
5.4 干渉, 影, 影散乱: その本当の意味	39	8.2 ボルン近似は相互作用の運動量表示	56
5.5 流れの保存と干渉: 終りに当り	41	8.3 非弾性過程のボルン近似	58
文献・注	41	8.4 荷電粒子による電子状態遷移	58
6 散乱振幅の位相が断面積を変える		8.5 ボルン近似成立時, 破綻時の光学極限	59
— 似た者同士の衝突はややこしい	41	8.6 低エネルギー電子-分子衝突	60
6.1 古典論で表せないクーロン散乱	41	8.7 低エネルギーしきい則	61
6.2 散乱振幅と断面積の関係を正す	42	8.8 高エネルギーでも無用のボルン近似	62
6.3 スピン0同士, 1/2同士の衝突	44	文献	64
6.4 一般のスピンと同種粒子衝突	45	9 複素エネルギー状態は実在するか	
6.5 同種粒子: 古くて新しいテーマ	46	— 共鳴過程を陰で操る黒幕	64
付録 6A クーロン散乱振幅	46	9.1 非物理的な複素エネルギー状態	64
付録 6B 同種粒子を交換した波動方程式	46	9.2 「共鳴状態」の定義いろいろ	65
文献・注	47	9.3 摂動が作る準束縛状態	65
7 量子論に速度はあるか?		9.4 複素エネルギーのいろいろな起源	66
— 動きの速さを表す演算子, って	47	9.5 複素エネルギー面と共鳴公式	67
7.1 速度は位置の時間微分, か?	47	9.6 高校数学で導くファーンの共鳴公式	69
7.2 粒子性を表せる波動方程式	48	9.7 共鳴散乱と直接散乱は干渉するか?	70
7.3 波束が動く群速度	49	9.8 状態数分布とエネルギーの不確定性	71
7.4 量子論から導くニュートン方程式	50	9.9 共鳴状態の生成・崩壊と時間遅れ	71
7.5 ぼやけていく波束	50	9.10 共鳴状態を作らない共鳴過程?	72
7.6 時間非依存衝突論での速度	51	9.11 フェッシュバツハ共鳴	73
7.7 演算子の時間微分はくせ者	52	9.12 形状共鳴	75
7.8 ハイゼンベルグ後の不確定性関係	53	9.13 極冷量子気体と共鳴過程の制御	76
付録 7A エネルギー保存, 運動量保存	54	付録 9A 射影演算子	78
付録 7B 重心運動と相対運動	54	付録 9B エフィモフ効果	78
文献・注	55	文献・注	78
8 低エネルギー衝突でも摂動論		教科書	80
— たかがボルン近似, されど	56		

衝突論やその基礎になる量子論につき優れた定評のある教科書、入門書を学ぶとき、論理の流れに神経を使いつつ納得行くまでじっくり吟味していくと、当面必要な知識を断片的に受け身で仕入れるだけでは見落とししてしまう盲点、興味ある物理、ハッとする事実にはしばしば出会います。淡々とした記述ゆえ読み過ぎしがちなながら実は驚くべき重要な事柄にも気付きます。

そんなことを頭に置きながら、いくつかの基礎的な話を紹介します。これは原子衝突研究協会(2012年4月から原子衝突学会と改称)会誌「しょうとつ」に2010年5月から2012年7月まで掲載したシリーズ記事を原型とし、説明に工夫を加えて改訂、補足を施しつつ全体を再構成したもので、最近の話題も多少加えました。系統的議論を進めるでもなく、応用上重要な知識との視点でもなく、ものの考え方という観点から思いつくまま話を選びました。議論の裏付けのため、なるべく入門書、教科書を引用しますが、それで不十分と思えば専門書、総説、原著論文にも遡り、考察を加えてお伝えします。多少上級編のお話もなるべく噛み砕いて紹介します。論理的構成に気を使う教科書とは違い、後で解説する事柄を先取りして使うこともいといません。

巻末の参考書リストの番号は[1], [2]など、また各章末の文献リストは1), 2)などと表し、本文では^{1,2)}などと引用します。

元のシリーズで部分的なおさらいの意味も含め最終回に掲載した「衝突論クイズ」なる稿にかなり手を加え、本稿では第0章として本論へのいざないとしました。ある程度勉強された方を想定し、11項目の記述につき誤りがないか吟味いただき、その後、各項目に関わる物理の解説を通じ、基礎知識の再確認をお願いします。

第1, 2章, 第3~5章は続けて読むことを想定していますが、その後の章はそれぞれ独立です。

物理の理論は現実の複雑な諸現象を数学的、論理的に取扱いやすいように理想化し、物理的本質を抽出できるように構成されています。そこには自ずからいろいろな仮定が始めから入り込んでいます。また、理論の進行に伴い、何らかの

前提のもとに初めて導ける結論が次々と出てきます。これらの仮定、前提条件を常に頭に置きながら物理の考察を進める必要があります。これは入門編に限りません。各専門分野での「常識」なるものを、その前提条件を吟味せずに安易に無批判に使っている例にときどき気づきます。

理論の構成にはしばしば数学が関わります。そこで気を配りたいことの一つに物理変数の無限大極限があります。実際には大きな有限量を「事実上」無限大だとして数学的に扱いやすくする手軽な方便です。でも、その大きな値を数学的な無限大と見なして本当に問題がないのか、十分に確認する必要があります。また、求めた物理量の値がもしも無限大だったら、たいていの物理現象は有限だという原点に立ち返り、なぜそんな結果が出たのか、この無限大の本当の物理的意味は何なのかを熟考すべきでしょう。無限大をぞんざいに扱えば深遠な物理を見過ごします。

ついでながら、散乱理論では大きな距離 r での波動関数の漸近形をしばしば $r \rightarrow \infty$ と簡便表記するので、初学者は無限大極限と混同するかも知れません。しかし、大きくても有限な r の話だから漸近形が r の関数になるわけで、無限大極限なら r を含むはずはないですね。

物理学を学ぶ心得として、数学的理解と物理的理解のバランスには気を使いたいものです。数学的証明を追っただけで、よし、分かったぞと思わず、その物理的意味を考えようとする心がけが大切です。逆に、いわゆる「物理的描像」などという見てきたようないい加減な説明を鵜呑みにせず、その具体的意味を、必要なら数式を助けにしっかり考察したいものです。

「物理的直感」にも騙されないことです。得てして裏付けできない大雑把なあてずっぽうの言い訳で、しっかり証明された事実とたまたま一致したとしても、自分の直感は正しかったと主張する権利もない、いい加減な代物でありがちです。誰もが認める大家の直感なら、恐らく、綿密な思考訓練の豊富な経験や幅広い知識に基づく類推などに裏打ちされた、しかるべき背景が隠れている「直感」として傾聴すべきでしょうが。